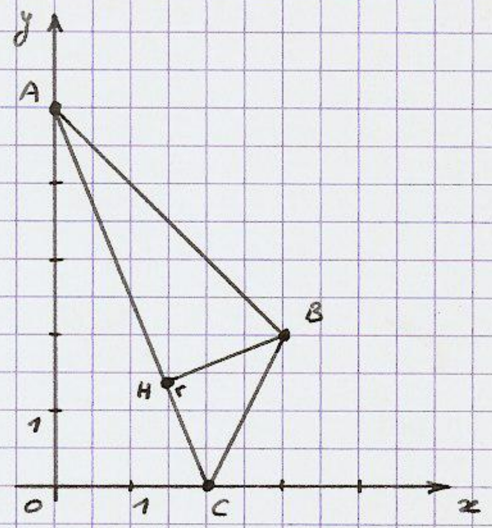
Solution du problème

Calculer la longueur de la hauteur issue de B du triangle ABC, avec $A(0,5)$, $B(3,2)$ et $C(2,0)$.



Pente de AC : $\frac{0-5}{2-0} = -\frac{5}{2}$.

Comme $h \perp AC$:

$$m_h = \frac{2}{5}.$$

Donc : $h \equiv y = \frac{2}{5}x + p$.

Sachant que $B(3,2) \in h$:

$$2 = \frac{2}{5} \cdot 3 + p$$

$$\rightarrow \quad p = 2 - \frac{6}{5} = \frac{4}{5}$$

Equation cartésienne de la hauteur : $h \equiv y = \frac{2}{5}x + \frac{4}{5}$.

Calculons les coordonnées du point H, intersection de h et AC.

$$AC \equiv y = -\frac{5}{2}x + 5 \qquad \left(\text{car } m_{AC} = -\frac{5}{2} \text{ et } (0,5) \in AC\right).$$

Il faut résoudre le système

$$\begin{cases} y = -\frac{5}{2}x + 5 & (1) \\ y = \frac{2}{5}x + \frac{4}{5} & (2) \end{cases}$$

Comparons (1) et (2) :

$$-\frac{5}{2}x + 5 = \frac{2}{5}x + \frac{4}{5}$$

$$-\frac{25}{10}x - \frac{4}{10}x = \frac{4}{5} - \frac{25}{5}$$

$$-\frac{29}{10}x = -\frac{21}{5}$$

$$x = \frac{21}{5} \cdot \frac{10}{29} = \frac{42}{29}$$

Dans (1) : $y = -\frac{5}{2} \cdot \frac{42}{29} + 5 = \frac{40}{29} \longrightarrow H\left(\frac{42}{29}, \frac{40}{29}\right)$.

Finalement : $|BH| = \sqrt{\left(\frac{42}{29} - 3\right)^2 + \left(\frac{40}{29} - 2\right)^2} = \sqrt{\frac{81}{29}} = \frac{9}{\sqrt{29}}$

$$\simeq 1,67.$$