Domaine de définition d'une fonction : solutions des exercices

1. $f(x)=\dfrac{\sqrt{2x-10}}{x-7}$

   C.E. $\begin{cases}2x-10\geq 0\\ x-7\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\geq 5\\ x\neq 7\end{cases}$; dom f = $[5,+\infty[\setminus\{7\}$.

---

2. $f(x)=\dfrac{2}{x^2+3x}$

   C.E. $x^2+3x\neq 0\Leftrightarrow x\cdot(x+3)\neq 0\Leftrightarrow(x\neq 0)\wedge(x\neq -3)$; dom f = $R\setminus\{-3{,}0\}$.

---

3. $f(x)=\dfrac{4x-1}{\sqrt{5-2x}}$

   C.E. $5-2x>0\Leftrightarrow x<\dfrac{5}{2}$; dom f = $\left]-\infty,\dfrac{5}{2}\right[$.

---

4. $f(x)=\sqrt{\dfrac{3x-1}{x+4}}$

   C.E. $\dfrac{3x-1}{x+4}\geq 0$; dom f = $]-\infty,-4[\cup\left[\dfrac{1}{3},+\infty\right[$.

   En effet, voici le tableau de signes relatif à la condition d'existence :

x		- 4		1 / 3	
$3x-1$	-	-	-	0	+
$x+4$	-	0	+	+	+
$\dfrac{3x-1}{x+4}$	+	X	-	0	+

---

5. $f(x)=\dfrac{\sqrt{3x-1}}{\sqrt{x+4}}$

   C.E. $\begin{cases}3x-1\geq 0\\ x+4>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\geq 1/3\\ x>-4\end{cases}\Leftrightarrow x\geq\dfrac{1}{3}$; dom f = $\left[\dfrac{1}{3},+\infty\right[$.

---

6. $f(x)=\sqrt{x^2-11x+18}$

   C.E. $x^2-11x+18\geq 0$; dom f = $]-\infty,2]\cup[9,+\infty[$.

   En effet, voici le tableau de signes relatif à la condition d'existence :

x		2		9	
$x^2-11x+18$	+	0	-	0	+

7. $f(x)=\dfrac{2+x}{\sqrt{4x-1}}$

C.E. $4x-1>0 \Leftrightarrow x>\dfrac{1}{4}$; dom f = $\left]\dfrac{1}{4},+\infty\right[$.

---

8. $f(x)=\sqrt{\dfrac{x^2-25}{8-x}}$

C.E. $\dfrac{x^2-25}{8-x}\geq 0$; dom f = $\left]-\infty,-5\right]\cup\left[5,8\right[$.

En effet, voici le tableau de signes relatif à la condition d'existence :

x		- 5		5		8	
x^2-25	+	0	-	0	+	+	+
$8-x$	+	+	+	+	+	0	-
$\dfrac{3x-1}{x+4}$	+	0	-	0	+	X	-

---

9. $f(x)=\dfrac{1}{x^2+2x+5}$

C.E. $x^2+2x+5\neq 0$; dom f = **R** (en effet, le dénominateur n'a pas de racine car $\Delta=-16$).

---

10. $f(x)=\dfrac{\sqrt{x+3}}{\sqrt{x^2-4}}$

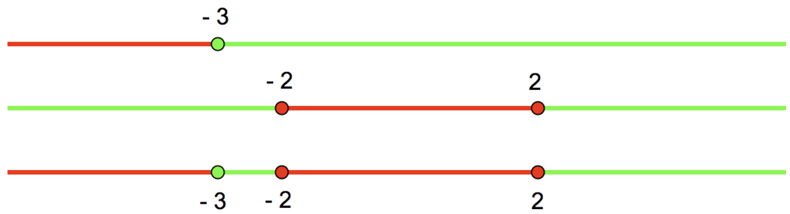
C.E. $\begin{cases} x+3\geq 0 \\ x^2-4>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\geq -3 \\ x^2-4>0 \end{cases}$. Discutons la condition $x^2-4>0$.

x		-2		2	
x^2-4	+	0	-	0	+

Il faut donc $x<-2$ ou $x>2$. Simultanément, il faut $x\geq -3$.

Ci-dessous, sont représentés en vert les réels qui satisfont à :

1°/ la condition $x\geq -3$ sur la première droite ;
2°/ la condition $x<-2$ ou $x>2$ sur la deuxième droite ;
3°/ ces deux conditions simultanément sur la troisième droite
(il s'agit donc d'une représentation du domaine de définition de la fonction).



Conclusion : dom f = $\left[-3,-2\right[\cup\left]2,+\infty\right[$.