

Une justification de la construction

1. Les points P et Q appartiennent au plan $ADHE$. La droite PQ est donc incluse dans ce plan et rencontre les droites AD et AE :

$$PQ \cap AD = \{I\} \text{ et } PQ \cap AE = \{J\}$$

Donc $PQR \cap ADHE = IJ$ et nous obtenons la trace $[IJ]$.

2. Les points Q et R appartiennent au plan $EFGH$. La droite QR est donc incluse dans ce plan et rencontre les droites EF et GH :

$$QR \cap EF = \{K\} \text{ et } QR \cap GH = \{L\}$$

Donc $PQR \cap EFGH = KL$ et nous obtenons la trace $[KL]$.

3. Les points J et K appartiennent au plan $ABFE$.

Donc $PQR \cap ABFE = JK$ et nous obtenons la trace $[JK]$.

4. Comme les plans $ABFE$ et $DCGH$ sont parallèles, le plan PQR coupe le plan $DCGH$ suivant une droite parallèle à JK et contenant le point L .

Soit LM cette parallèle, où $M \in [CD]$.

Donc $PQR \cap DCGH = LM$ et nous obtenons la trace $[LM]$.

5. Les points M et I appartiennent au plan $ABCD$.

Donc $PQR \cap ABCD = MI$ et nous obtenons la trace $[MI]$.

6. La section du cube par le plan PQR est le pentagone $IJKLM$.

Remarque

Ce pentagone est irrégulier, et il possède deux paires de côtés parallèles :

$$[JK] \parallel [LM] \text{ et } [KL] \parallel [MI].$$